

# 安徽师范大学附属中学

## 2018年高中自主招生招生考试数学试卷

注意事项:

1. 本试卷总分150分, 考试时间120分钟。
2. 答案一律用黑色钢笔或墨水笔写在答题卷上, 不能写在本试卷上。

一、选择题(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分. 在每小题所给的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填写在答题卷相应位置上)

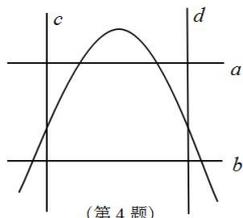
1.  $\sqrt{16}$  的平方根是(▲)
 

A. 4                      B.  $\pm 4$                       C. 2                      D.  $\pm 2$
2. 若  $|1-x|=x-1$  成立, 则  $x$  满足(▲)
 

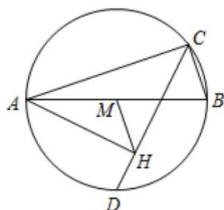
A.  $x \geq 0$                       B.  $x \geq 1$                       C.  $x \leq 1$                       D.  $x < 1$
3. 已知  $m = \sqrt{5}-1$ , 则  $m^2+2m$  的值是(▲)
 

A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5
4. 如图所示的四条直线  $a, b, c, d$ , 直线  $a, b$  与水平线平行, 以其中一条为  $x$  轴, 取向右为正方向; 直线  $c, d$  与水平线垂直, 以其中一条为  $y$  轴, 取向上为正方向. 某同学在此坐标平面上画了二次函数  $y = mx^2 + 2mx + \frac{1}{2}$  ( $m \neq 0$ ) 的图像如图, 则下面结论正确的是(▲)
 

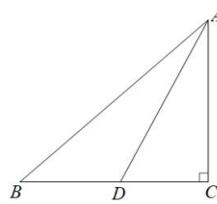
A.  $a$  为  $x$  轴,  $c$  为  $y$  轴      B.  $a$  为  $x$  轴,  $d$  为  $y$  轴      C.  $b$  为  $x$  轴,  $c$  为  $y$  轴      D.  $b$  为  $x$  轴,  $d$  为  $y$  轴



(第4题)



(第5题)



(第6题)

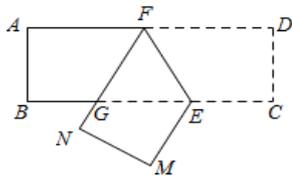
5. 如图, 已知  $AB$  为圆的直径,  $C$  为半圆上一点,  $D$  为半圆的中点,  $AH \perp CD$ , 垂足为  $H$ ,  $HM$  平分  $\angle AHC$ ,  $HM$  交  $AB$  于  $M$ . 若  $AC=3$ ,  $BC=1$ , 则  $MH$  长为(▲)
 

A. 1                      B. 1.5                      C. 0.5                      D. 0.7
6. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  边上一点,  $\angle ADC=3\angle BAD$ ,  $BD=8$ ,  $CD=7$ , 则  $AB$  的值是(▲)
 

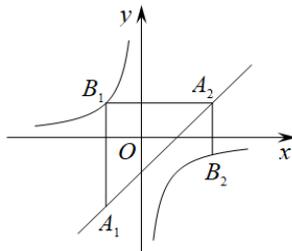
A. 16                      B. 20                      C.  $2\sqrt{2}+17$                       D.  $7\sqrt{2}+3\sqrt{7}$

二、填空题(本大题共10小题, 每小题4分, 共40分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卷相应位置上)

7. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+2y=5 \\ 4x-y=2 \end{cases}$  则  $x-y = \underline{\hspace{2cm}}$  (▲)
8. 分解因式:  $x^2+4xy+4y^2+x+2y-2 = \underline{\hspace{2cm}}$  (▲)
9. 在平面直角坐标系中, 点  $A, B$  的坐标分别是  $(m, 3), (3m-1, 3)$ . 若线段  $AB$  与直线  $y=2x+1$  相交, 则  $m$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$  (▲).
10. 若一个圆锥的侧面展开图是半径为  $18\text{cm}$ , 圆心角为  $240^\circ$  的扇形, 则这个圆锥的底面半径是  $\underline{\hspace{2cm}}$   $\text{cm}$ . (▲)
11. 如图, 已知在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  在边  $BC$  上,  $BE=2CE$ , 将矩形沿着过点  $E$  的直线翻折后, 点  $C, D$  分别落在  $M, N$  处, 且点  $M, N, B$  在同一直线上, 折痕与边  $AD$  交于点  $F$ ,  $NF$  与  $BE$  交于点  $G$ . 设  $AB=\sqrt{3}$ , 那么  $\triangle EFG$  的周长为  $\underline{\hspace{2cm}}$  (▲).



(第 11 题)

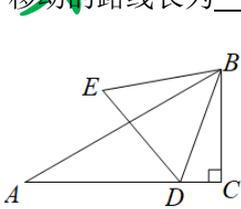


(第 12 题)

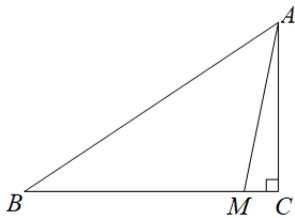
12. 如图, 已知点  $A_1, A_2, \dots, A_n$  均在直线  $y = x - 1$  上, 点  $B_1, B_2, \dots, B_n$  均在双曲线  $y = -\frac{1}{x}$

上, 并且满足:  $A_1B_1 \perp x$  轴,  $B_1A_2 \perp y$  轴,  $A_2B_2 \perp x$  轴,  $B_2A_3 \perp y$  轴,  $\dots$ ,  $A_nB_n \perp x$  轴,  $B_nA_{n+1} \perp y$  轴,  $\dots$ , 记点  $A_n$  的横坐标为  $a_n$  ( $n$  为正整数). 若  $a_1 = 1$ , 则  $a_{2016} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

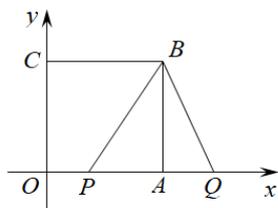
13. 如图, 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AC = \sqrt{3}$ . 动点  $D$  在边  $AC$  上, 以  $BD$  为边作等边  $\triangle BDE$  (点  $E, D, B$  逆时针排列). 在点  $D$  从点  $A$  移动至点  $C$  的过程中, 点  $E$  移动的路线长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



(第 13 题)



(第 14 题)



(第 16 题)

14. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $BC = 3$ , 点  $M$  是直线  $BC$  上一动点,

且  $\angle CAM + \angle CBA = 45^\circ$ , 则  $BM = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 在平面直角坐标系中, 有三条直线, 它们的函数表达式分别是  $y = x$ ,  $y = x + 1$ ,  $y = x + 2$ . 在这三条直线上各有一个动点, 依次为  $A, B, C$ , 它们的横坐标分别为  $a, b, c$ , 则当  $a, b, c$  满足  $\underline{\hspace{2cm}}$  时,  $A, B, C$  三点不能构成三角形.

16. 如图, 已知点  $P(2, 0)$ ,  $Q(8, 0)$ ,  $A$  是  $x$  轴正半轴上一动点, 以  $OA$  为一边在第一象限内作正方形  $OABC$ , 当  $PB + BQ$  取最小值时, 点  $B$  的坐标是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题 (本大题共 8 题, 共 86 分. 请在答题卷指定区域作答, 解答题时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

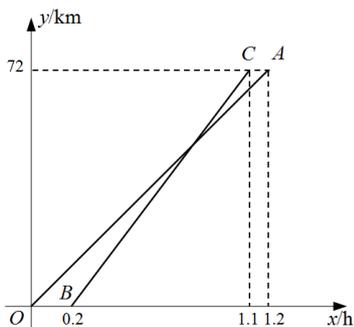
17. (10 分) 若关于  $x$  的分式方程  $\frac{2}{x-2} + \frac{mx}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$  无解, 求  $m$  的值.

18. (10 分) 甲、乙两人周末从同一地点出发去某景点, 因乙临时有事, 甲坐地铁先出发, 甲出发 0.2 小时后乙开汽车前往. 设甲行驶的时间为  $x$  (h), 甲、乙两人行驶的路程分别为  $y_1$  (km) 与  $y_2$  (km). 图①是  $y_1$  与  $y_2$  关于  $x$  的函数图像.

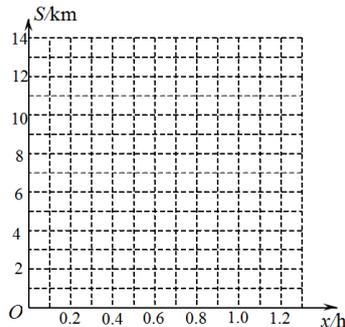
(1) 分别求线段  $OA$  与线段  $BC$  所表示的  $y_1$  与  $y_2$  关于  $x$  的函数表达式;

(2) 当  $x$  为  $\underline{\hspace{2cm}}$  时, 两人相距 6 km;

(3) 设两人相距  $S$  千米, 在图②所给的直角坐标系中画出  $S$  关于  $x$  的函数图像.



图①



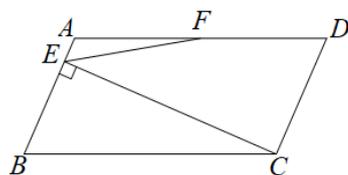
图②

(第 18 题)

19. (10分) 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $AB=5$ ,  $BC=10$ ,  $F$  为  $AD$  的中点,  $CE \perp AB$  于  $E$ , 设  $\angle ABC = \alpha$  ( $60^\circ \leq \alpha < 90^\circ$ ).

(1) 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 求  $CE$  的长;

(2) 当  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$  时, 是否存在正整数  $k$ , 使得  $\angle EFD = k\angle AEF$ ? 若存在, 求出  $k$  的值, 若不存在, 请说明理由.



(第19题)

20. (10分) 如图, 直线  $y = k_1x$  和  $y = k_2x$  与反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图像分别交于两点  $A, C$  和  $B, D$ , 连接  $AB, BC, CD, DA$ .

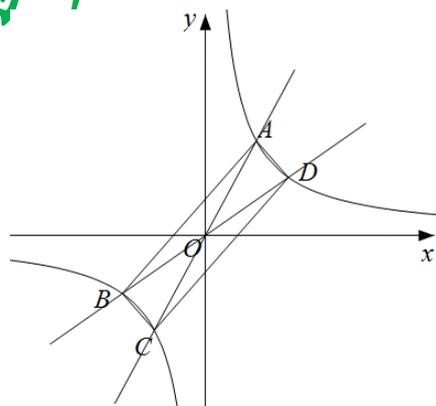
(1) 四边形  $ABCD$  一定是      四边形;

(2) 四边形  $ABCD$  可能是矩形吗? 若可能, 求  $k_1, k_2$  满足的关系式; 若不能, 说明理由;

(3) 设  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  ( $x_2 > x_1 > 0$ ) 是函数  $y = \frac{1}{x}$

图像上的任意两点,  $a = \frac{y_1 + y_2}{2}, b = \frac{2}{x_1 + x_2}$ , 试判断  $a,$

$b$  的大小关系, 并说明理由.



(第20题)

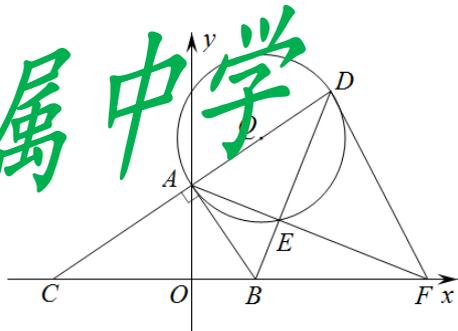
21. (10分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A(0, 4)$ , 点  $B$  是  $x$  轴正半轴上一点, 连接  $AB$ , 过点  $A$  作  $AC \perp AB$ , 交  $x$  轴于点  $C$ , 点  $D$  是点  $C$  关于点  $A$  的对称点, 连接

$BD$ , 以  $AD$  为直径作  $\odot Q$  交  $BD$  于点  $E$ , 连接并延长  $AE$  交  $x$  轴于点  $F$ , 连接  $DF$ .

(1) 求线段  $AE$  的长;

(2) 若  $AB - BO = 2$ , 求  $\frac{AF}{CF}$  的值;

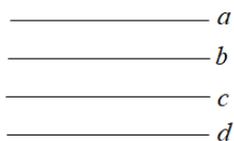
(3) 若  $\triangle DEF$  与  $\triangle AEB$  相似, 求  $\frac{BE}{DE}$  的值.



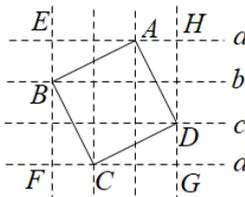
(第21题)

22. (10分) 问题: 如图1,  $a, b, c, d$  是同一平面内的一组等距平行线 (相邻平行线间的距离为1). 画出一个正方形  $ABCD$ , 使它的顶点  $A, B, C, D$  分别在直线  $a, b, d, c$  上, 并计算它的边长.

小明的思考过程:



(图1)



(图2)

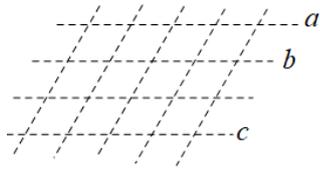
他利用图1中的等距平行线构造了  $3 \times 3$  的正方形网格, 得到了辅助正方形  $EFGH$ , 如图2所示, 再分别找到它的四条边的三等分点  $A, B, C, D$ , 就可以画出一个满足题目要求的正方形.

请回答: 图2中正方形  $ABCD$  的边长为     

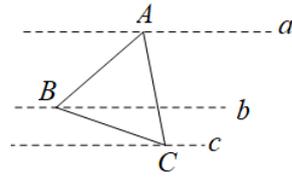
请参考小明的方法, 解决下列问题:

(1) 请在图3的菱形网格 (最小的菱形有一个内角为  $60^\circ$ , 边长为1) 中, 画出一个等边  $\triangle ABC$ , 使它的顶点  $A, B, C$  落在格点上, 且分别在直线  $a, b, c$  上, 并直接写出等边  $\triangle ABC$  的边长 (只

需要画出一种即可).



(图3)

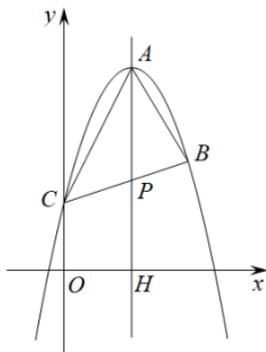


(图4)

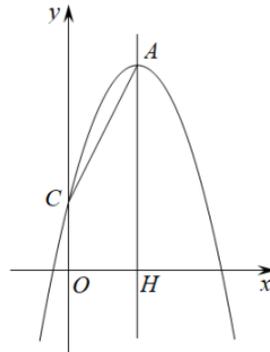
(2) 如图4,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是同一平面内的三条平行线,  $a$ 、 $b$  之间的距离是1,  $b$ 、 $c$  之间的距离是  $\frac{1}{2}$ , 等边  $\triangle ABC$  的三个顶点分别在  $a$ 、 $b$ 、 $c$  上, 直接写出  $\triangle ABC$  的边长.

23. (14分) 已知二次函数  $y = ax^2 - 4x + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图像是经过  $y$  轴上点  $C(0, 2)$  的一条抛物线, 顶点为  $A$ , 对称轴是经过点  $H(2, 0)$  且平行于  $y$  轴的一条直线. 点  $P$  是对称轴上位于点  $A$  下方的一点, 连接  $CP$  并延长交抛物线于点  $B$ , 连接  $CA$ 、 $AB$ .

- (1) 求这个二次函数的表达式及顶点  $A$  的坐标;
- (2) 当  $\angle ACB = 45^\circ$  时, 求点  $P$  的坐标;
- (3) 将  $\triangle CAB$  沿  $CB$  翻折后得到  $\triangle CDB$ , 问点  $D$  能否恰好落在坐标轴上? 若能, 求点  $P$  的坐标, 若不能, 说明理由.



(第23题)



(备用图)

24. (12分) 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $M$  和图形  $W_1$ ,  $W_2$  给出如下定义: 点  $P$  为图形  $W_1$  上一点, 点  $Q$  为图形  $W_2$  上一点, 当点  $M$  是线段  $PQ$  的中点时, 称点  $M$  是图形  $W_1$ ,  $W_2$  的“中立点”. 如果点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$ , 那么“中立点”  $M$  的坐标为  $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ .

已知, 点  $A(-3, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(4, 0)$ .

- (1) 连接  $BC$ , 在点  $D(\frac{1}{2}, 0)$ ,  $E(0, 1)$ ,  $F(0, \frac{1}{2})$  中, 可以成为点  $A$  和线段  $BC$  的“中立点”的是         ;
- (2) 已知点  $G(3, 0)$ ,  $\odot G$  的半径为2. 如果直线  $y = -x + 1$  上存在点  $K$  可以成为点  $A$  和  $\odot G$  的“中立点”, 求点  $K$  的坐标;
- (3) 以点  $C$  为圆心, 半径为2作圆. 点  $N$  为直线  $y = 2x + 4$  上的一点, 如果存在点  $N$ , 使得  $y$  轴上的一点可以成为点  $N$  与  $\odot C$  的“中立点”, 直接写出点  $N$  的横坐标  $x_N$  的取值范围.

